

Ա. Շահինյանի անվան Ֆիզմաթ դպրոցի ընդունելության քննություն

10-րդ դասարան – Մաթեմատիկա

Լուծումներ և Գնահատման Չափանիշներ

Ու շ ա դ ր ու թ յ ու ն

Եթե որևէ առաջադրանքում կատարվել է տրամաբանական սխալ (վրիպակ չէ),
ապա հանվում է առնվազն 1 միավոր:

Տարբերակ 1

Խնդիր 1: Կրճատել կոտորակը՝ $\frac{x-\sqrt{x}-6}{2x-\sqrt{x}-10}$:

Լուծում: Ունենք՝

$$x - \sqrt{x} - 6 = x + 2\sqrt{x} - 3\sqrt{x} - 6 = \sqrt{x}(\sqrt{x} + 2) - 3(\sqrt{x} + 2) = (\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 3)$$

$$2x - \sqrt{x} - 10 = 2x + 4\sqrt{x} - 5\sqrt{x} - 10 = 2\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2) - 5(\sqrt{x} + 2) = (\sqrt{x} + 2)(2\sqrt{x} - 5)$$

$$\text{Հետևաբար՝ } \frac{x-\sqrt{x}-6}{2x-\sqrt{x}-10} = \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+2)(2\sqrt{x}-5)} = \frac{\sqrt{x}-3}{2\sqrt{x}-5}:$$

Չափանիշներ

- Համարիչը վերլուծում է արտադրիչների /1 միավոր/
- Հայտարարը վերլուծում է արտադրիչների /1 միավոր/
- Կրճատում է կոտորակը և գրում վերջնական տեսքով /0,5 միավոր/

Խնդիր 2: Տրված են կամայական x, y թվեր, որոնց համար՝ $x + y = 1$: Գտնել $x^2 + y^2 - 2x$ արտահայտության փոքրագույն արժեքը:

Լուծում: Ունենք՝ $y = 1 - x$, ուստի՝

$$x^2 + y^2 - 2x = x^2 + (1 - x)^2 - 2x = 2x^2 - 4x + 1 =$$

$$2x^2 - 4x + 2 - 1 = 2(x - 1)^2 - 1 \geq -1:$$

Այսպիսով, $x^2 + y^2 - 2x \geq -1$, ընդ որում հավասարության դեպք տեղի ունի, երբ $x = 1, y = 0$:
Պատ.՝ -1 :

Չափանիշներ

- $x^2 + y^2 - 2x$ արտահայտությունը գրում է $2x^2 - 4x + 1$ տեսքով /0,5 միավոր/
- $2x^2 - 4x + 1$ արտահայտությունից անջատում է երկանդամի քառակուսի /1 միավոր/
- Ապացուցում է $x^2 + y^2 - 2x \geq -1$ անհավասարությունը և նշում հասանելիության դեպքը /1 միավոր/

Եթե միանգամից օգտվում է քառակուսի եռանդամի հատկությունից և գտնում $2x^2 - 4x + 1$

$$\text{փոքրագույնարժեքը՝ } -\frac{D}{4a} = -\frac{16-4\cdot 2\cdot 1}{4\cdot 2} = -1 \quad /2 \text{ միավոր/}$$

Խնդիր 3: Լուծել անհավասարումը՝ $|2x - 2| \leq |x^2 - x|$:

Լուծում (Առաջին եղանակ):

Ունենք՝ $|2x - 2| = 2|x - 1|$, $|x^2 - x| = |x| \cdot |x - 1|$, ուստի տրված անհավասարությունը կարող ենք գրել հետևյալ կերպ.

$$\begin{aligned} 2|x - 1| &\leq |x| \cdot |x - 1|, \\ (|x| - 2) \cdot |x - 1| &\geq 0 \quad (1) \end{aligned}$$

Նշենք, որ $x=1$ թիվը բավարարում է անհավասարմանը: Եթե $x \neq 1$, ապա $|x| - 2 \geq 0$, այսինքն՝ $|x| \geq 2$, $x \in (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$:

Պատ.՝ $x \in (-\infty, -2] \cup [2, +\infty) \cup \{1\}$:

Չափանիշներ

- Անհավասարումը գրում է (1) (կամ համարժեք) տեսքով /0,5 միավոր/
- Ստանում է $|x| - 2 \geq 0$ կամ $x = 1$ /1 միավոր/
- Ստանում է $x \in (-\infty, -2] \cup [2, +\infty) \cup \{1\}$ /1 միավոր/

Լուծում (Երկրորդ եղանակ): Միջակայքերի մեթոդ

Անհավասարման երկու կողմը ոչբացասական են, ուստի կարող ենք բարձրացնել քառակուսի՝

$$\begin{aligned} (2x - 2)^2 &\leq (x^2 - x)^2, \quad (2) \\ (x^2 - x)^2 - (2x - 2)^2 &\geq 0, \\ (x^2 - x - 2x + 2)(x^2 - x + 2x - 2) &\geq 0, \\ (x^2 - 3x + 2)(x^2 + x - 2) &\geq 0 \\ (x - 1)^2(x - 2)(x + 2) &\geq 0 \quad (3) \end{aligned}$$

Միջակայքերի մեթոդով, ստանում ենք, որ $x \in (-\infty, -2] \cup [2, +\infty) \cup \{1\}$:

Չափանիշներ

- Անհավասարումը գրում է (2) տեսքով /0,5 միավոր/
- Անհավասարումը գրում է (3) տեսքով /1 միավոր/
- Ստանում է $x \in (-\infty, -2] \cup [2, +\infty) \cup \{1\}$ /1 միավոր/

Խնդիր 4: a -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում $y = x^2 - 2ax - 1$ պարաբոլի գագաթը կգտնվի $y = 3x - a$ ուղղի վրա:

Լուծում: Ունենք՝ $x^2 - 2ax - 1 = x^2 - 2ax + a^2 - a^2 - 1 = (x - a)^2 - a^2 - 1$, հետևաբար $y = x^2 - 2ax - 1$ պարաբոլի գագաթը $(a, -a^2 - 1)$ կետն է: Քանի որ այն գտնվում է $y = 3x - a$ ուղղի վրա, ապա

$$\begin{aligned} -a^2 - 1 &= 3a - a, \\ (a + 1)^2 &= 0, \\ a &= -1: \end{aligned}$$

Չափանիշներ

- Գտնում է պարաբոլի գագաթի արագիսը /0,5 միավոր/
- Գտնում է պարաբոլի գագաթի օրդինատը /1 միավոր/
- Ստանում է $a = -1$ /1 միավոր/

Խնդիր 5: x, y, z դրական թվերը նշված կարգով կազմում են թվաբանական պրոգրեսիա, իսկ $x, 2y + z, x + 7z$ թվերը նշված կարգով կազմում են երկրաչափական պրոգրեսիա: Գտնել երկրաչափական պրոգրեսիայի հայտարարը:

Լուծում: Օգտվելով թվաբանական պրոգրեսիայի բնութագրիչ հատկությունից, ստանում ենք՝

$$2y = x + z \quad (4)$$

Օգտվելով երկրաչափական պրոգրեսիայի բնութագրիչ հատկությունից, ստանում ենք՝

$$(2y + z)^2 = x(x + 7z) \quad (5)$$

Տեղադրելով (4)-ում ստացված $2y$ -ի արժեքը (5)-ի մեջ, կստանանք՝

$$(x + 2z)^2 = x(x + 7z) \quad (6)$$

$$x^2 + 4xz + 4z^2 = x^2 + 7xz$$

$$4z^2 = 3xz$$

$$z = \frac{3}{4}x:$$

Հետևաբար՝ $2y + z = x + 2z = \frac{5}{2}x$, $x + 7z = \frac{25}{4}x$: Այսպիսով, երկրաչափական պրոգրեսիան կազմված է $x, \frac{5}{2}x, \frac{25}{4}x$ թվերից: Երկրաչափական պրոգրեսիայի հայտարարը կլինի՝ $\frac{5}{2}$:

Չափանիշներ

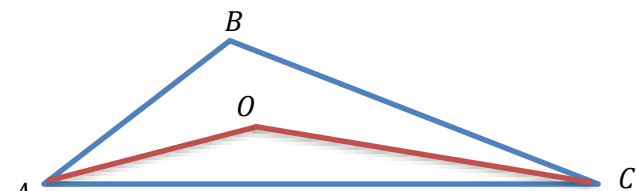
- Ստանում է (4), (5) հավասարումները (կամ այլ երեք անհայտներով որևէ երկու իրարից անկախ հավասարումներ) /1 միավոր/
- Ստանում է (6) հավասարումը /0,5 միավոր/
- Ստանում է երկրաչափական պրոգրեսիայի $x, \frac{5}{2}x, \frac{25}{4}x$ թվերը, և գտնում նրա հայտարարը /1 միավոր/

Խնդիր 6: O -ն ABC եռանկյան ներգծած շրջանագծի կենտրոնն է: Գտնել AOC եռանկյան արտագծած շրջանագծի շառավիղը, եթե հայտնի է, որ $AC = 10,5$, $\angle ABC = 120^\circ$:

Լուծում: Ունենք՝ $\angle BAC + \angle BCA = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$:

Քանի որ O կետը համընկնում է ABC եռանկյան կիսորդների հատման կետի, հետ, ապա $\angle OAC + \angle OCA = \frac{1}{2}(\angle BAC + \angle BCA) = 30^\circ$: Հետևաբար՝ $\angle AOC = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$:

Կիրառելով սինուսների թեորեմը ստանում ենք, որ AOC եռանկյան արտագծած շրջանագծի շառավիղը հավասար է՝ $\frac{AC}{2\sin(\angle AOC)} = \frac{AC}{2\sin 150^\circ} = \frac{10,5}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 10,5$:



Չափանիշներ

- Գտնում է AOC անկյունը /1 միավոր/
- Գրում է սինուսների թեորեմը AOC եռանկյան համար /0,5 միավոր/
- Ստանում է AOC եռանկյան արտագծած շրջանագծի շառավիղը /1 միավոր/

Խնդիր 7: C ուղիղ անկյունով ABC ուղղանկյուն եռանկյան էջերն են՝ $AC = 5$ սմ, $BC = 7$ սմ: ACB անկյան կիսորդի վրա վերցված է այնպիսի D կետ, որը հավասարահեռ է A և B կետերից: Գտնել BDC եռանկյան մակերեսը:

Լուծում: Վերցնենք ACB անկյան կիսորդի և ABC եռանկյան արտագծած շրջանագծի հատման կետը: Պարզ է, որ այդ կետը հավասարահեռ է A և B կետերից, հետևաբար այդ կետը խնդրի մեջ նշված D կետն է: Նշենք, որ շրջանագծի կենտրոնը գտնվում է AB ներքնաձիգի O միջնակետում, ընդ որում՝ $OD = OA = OB = R$, $DO \perp AB$: Հետևաբար՝

$$S_{ABC} = \frac{5 \cdot 7}{2} = \frac{35}{2}, \quad S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot 2R \cdot R = R^2:$$

Կիրառելով Պյութագորասի թեորեմը, ստանում ենք՝ $4R^2 = 5^2 + 7^2 = 74$, ուստի՝ $S_{ABD} = \frac{37}{2}$:

Ըստ կիսորդի հատկության՝ $\frac{AE}{EB} = \frac{AC}{CB} = \frac{5}{7}$, ուստի $\frac{BE}{AB} = \frac{7}{12}$: Հետևաբար՝

$$S_{BDC} = S_{BEC} + S_{BED} = \frac{7}{12} \cdot (S_{ABC} + S_{ABD}) = \frac{7}{12} \cdot \left(\frac{35}{2} + \frac{37}{2} \right) = 21:$$

Երկրորդ եղանակ: Վերցնենք ACB անկյան կիսորդի և ABC եռանկյան արտագծած շրջանագծի հատման կետը: Պարզ է, որ այդ կետը հավասարահեռ է A և B կետերից, հետևաբար այդ կետը խնդրի մեջ նշված D կետն է: D կետից CB կողմին և CA ուղղին տանենք համապատասխանաբար CM և CN ուղղահայացները, որոնք կլինեն հավասար և $DNCM$ -ը կլինի քառակուսի: Նկատում ենք, որ DMB եռանկյունը հավասար է DAN եռանկյանը, հետևաբար $CM = CN = 0,5(CA + CB) = 6$: Քանի որ DCB անկյունը 45 աստիճան է, ուրեմն $DM = CM = 6$,

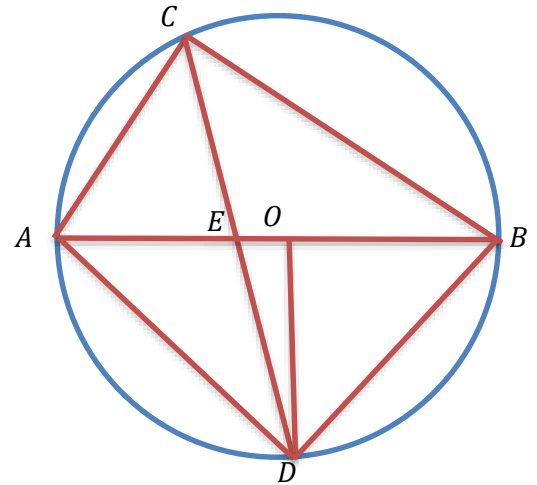
հետևաբար $S_{BDC} = \frac{BC \cdot DM}{2} = \frac{7 \cdot 6}{2} = 21$:

Չափանիշներ

- Ստանում է, որ D կետը ABC եռանկյան արտագծած շրջանագծի վրա է (կամ AB -ի միջնուղղահայացի վրա) **/0,5 միավոր/**
- Գտնում է ABC և ABD եռանկյունների մակերեսները **/1 միավոր/**
- Գտնում է BDC եռանկյան մակերեսը **/1 միավոր/**

Խնդիր 8: 10 կարմիր, 9 կապույտ, 3 ծիրանագույն գնդակներն անհրաժեշտ է տեղավորել երեք տարբեր արկղերում այնպես, որ արկղերից յուրաքանչյուրում լինեն առնվազն հինգ միագույն գնդակներ: Ամենաշատը քանի՞ եղանակով է հնարավոր տեղավորել գնդակները: [Միևնույն գույնի գնդակները միանման են, ցանկացած երկու միագույն գնդակների տեղափոխումից ստացված դեպքերը համարել նույնը]

Լուծում: Քանի որ կա 10 կարմիր և 9 կապույտ գնդակ և յուրաքանչյուր արկղում պետք է լինի առնվազն 5 միագույն գնդակ, ապա արկղերից երկուսում պետք է լինեն 5-ական կարմիր գնդակներ: Այսպիսով կարմիր գնդակների համար ունենք երեք ընտրություն (ափսեներից



մեկում 0, մյուսներում 5-ական կարմիր գնդակ): Որոշակիության համար ենթադրենք, որ առաջին և երկրորդ ավստերում 5-ական կարմիր գնդակ է, իսկ երրորդ ավստերում կարմիր գնդակ չկա:

Հետևաբար, երրորդ ավստերում պետք է լինի առնվազն հինգ կապույտ գնդակ: Այսպիսով, կապույտ գնդակները կարող են դասավորվել հետևյալ կերպ.

```

4 0 5      3 1 5      2 2 5      1 3 5      0 4 5
      3 0 6      2 1 6      1 2 6      0 3 6
            2 0 7      1 1 7      0 2 7
                  1 0 8      0 1 8
                        0 0 9

```

Այսպիսով, կապույտ գնդակները կարող ենք դասավորել 15 եղանակով:

Մնում է դասավորել ծիրանագույն գնդակները: Ունենք հետևյալ դեպքերը՝

```

3 0 0      2 1 0      1 2 0      0 3 0
            2 0 1      1 1 1      0 2 1
                  1 0 2      0 1 2
                        0 0 3

```

Այսպիսով, կապույտ գնդակները կարող ենք դասավորել 10 եղանակով:

Խնդրի պատասխանն է՝ $3 \cdot 15 \cdot 10 = 450$:

Չափանիշներ

- Հիմնավորում է, որ արկղերից երկուսում կա 5-ական կարմիր գնդակ /0,5 միավոր/
- Ստանում է միայն կապույտ գնդակների դասավորման եղանակները /1 միավոր/
- Ստանում է միայն ծիրանագույն գնդակների դասավորման եղանակները /1 միավոր/
- Ստանում է կապույտ և ծիրանագույն գնդակների դասավորման եղանակները /1,5 միավոր/
- Ստանում է բոլոր գնդակների դասավորությունների քանակը /0,5 միավոր/

Տարբերակ 2

Խնդիր 1: Կրճատել կոտորակը՝ $\frac{2x+\sqrt{x}-6}{x-2\sqrt{x}-8}$:

Լուծում: Ունենք՝

$$2x + \sqrt{x} - 6 = 2x + 4\sqrt{x} - 3\sqrt{x} - 6 = 2\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2) - 3(\sqrt{x} + 2) = (\sqrt{x} + 2)(2\sqrt{x} - 3)$$

$$x - 2\sqrt{x} - 8 = x + 2\sqrt{x} - 4\sqrt{x} - 8 = \sqrt{x}(\sqrt{x} + 2) - 4(\sqrt{x} + 2) = (\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 4)$$

Հետևաբար՝ $\frac{2x+\sqrt{x}-6}{x-2\sqrt{x}-8} = \frac{(\sqrt{x}+2)(2\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-4)} = \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-4}$:

Չափանիշներ

- Համարիչը վերլուծում է արտադրիչների /1 միավոր/
- Հայտարարը վերլուծում է արտադրիչների /1 միավոր/
- Կրճատում է կոտորակը և գրում վերջնական տեսքով /0,5 միավոր/

Խնդիր 2: Տրված են կամայական x, y թվեր, որոնց համար՝ $x + y = 2$: Գտնել $x^2 + y^2 - 4x$ արտահայտության մեծագույն արժեքը:

Լուծում: Ունենք՝ $y = 2 - x$, ուստի՝

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - 4x &= x^2 + (2 - x)^2 - 4x = 2x^2 - 8x + 4 = \\ 2x^2 - 8x + 8 - 4 &= 2(x - 2)^2 - 4 \geq M \quad \text{ունի լուծում ցանկացած } M > 0 \text{ դեպքում (օրինակ՝} \\ x &= \sqrt{\frac{M+4}{2}} + 3), \text{ հետևաբար } x^2 + y^2 - 4x \text{ արտահայտությունը մեծագույն արժեք չունի:} \end{aligned}$$

Պատ.՝ մեծագույն արժեք չունի

Չափանիշներ

- $x^2 + y^2 - 4x$ արտահայտությունը գրում է $2x^2 - 8x + 4$ տեսքով /0,5 միավոր/
- $2x^2 - 8x + 4$ արտահայտությունից անջատում է երկանդամի քառակուսի /1 միավոր/
- Ապացուցում է, որ $2x^2 - 8x + 4$ եռանդամը մեծագույն արժեք չունի /1 միավոր/

Եթե միանգամից օգտվում է քառակուսի եռանդամի հատկությունից և նշում է, որ $2x^2 - 8x + 4$ քառակուսի եռանդամի ավագ անդամի գործակիցը՝ $2 > 0$, հետևաբար մեծագույն արժեք չունի /2 միավոր/

Խնդիր 3: Լուծել անհավասարումը՝ $|2x + 2| \leq |x^2 + x|$:

Լուծում (Առաջին եղանակ):

Ունենք՝ $|2x + 2| = 2|x + 1|$, $|x^2 + x| = |x| \cdot |x + 1|$, ուստի տրված անհավասարությունը կարող ենք գրել հետևյալ կերպ.

$$\begin{aligned} 2|x + 1| &\leq |x| \cdot |x + 1|, \\ (|x| - 2) \cdot |x + 1| &\geq 0 \quad (1) \end{aligned}$$

Նշենք, որ $x = -1$ թիվը բավարարում է անհավասարմանը: Եթե $x \neq -1$, ապա $|x| - 2 \geq 0$, այսինքն՝ $|x| \geq 2$, $x \in (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$:

Պատ.՝ $x \in (-\infty, -2] \cup [2, +\infty) \cup \{-1\}$:

Չափանիշներ

- Անհավասարումը գրում է (1) (կամ համարժեք) տեսքով /0,5 միավոր/
- Ստանում է $|x| - 2 \geq 0$ կամ $x = -1$ /1 միավոր/
- Ստանում է $x \in (-\infty, -2] \cup [2, +\infty) \cup \{-1\}$ /1 միավոր/

Լուծում (Երկրորդ եղանակ): Միջակայքերի մեթոդ

Անհավասարման երկու կողմը ոչբացասական են, ուստի կարող ենք բարձրացնել քառակուսի՝

$$\begin{aligned}
 (2x + 2)^2 &\leq (x^2 + x)^2, & (2) \\
 (x^2 + x)^2 - (2x + 2)^2 &\geq 0, \\
 (x^2 + x - 2x - 2)(x^2 + x + 2x + 2) &\geq 0, \\
 (x^2 - x - 2)(x^2 + 3x + 2) &\geq 0 \\
 (x + 1)^2(x - 2)(x + 2) &\geq 0 & (3)
 \end{aligned}$$

Միջակայքերի մեթոդով, ստանում ենք, որ $x \in (-\infty, -2] \cup [2, +\infty) \cup \{-1\}$:

Չափանիշներ

- Անհավասարումը գրում է (2) տեսքով /0,5 միավոր/
- Անհավասարումը գրում է (3) տեսքով /1 միավոր/
- Ստանում է $x \in (-\infty, -2] \cup [2, +\infty) \cup \{-1\}$ /1 միավոր/

Խնդիր 4: a -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում $y = x^2 + 2ax - 1$ պարաբոլի գագաթը կգտնվի $y = 3x + a$ ուղղի վրա:

Լուծում: Ունենք՝ $x^2 + 2ax - 1 = x^2 + 2ax + a^2 - a^2 - 1 = (x + a)^2 - a^2 - 1$, հետևաբար $y = x^2 + 2ax - 1$ պարաբոլի գագաթը $(-a, -a^2 - 1)$ կետն է: Քանի որ այն գտնվում է $y = 3x + a$ ուղղի վրա, ապա

$$\begin{aligned}
 -a^2 - 1 &= -3a + a, \\
 (a - 1)^2 &= 0, \\
 a &= 1:
 \end{aligned}$$

Չափանիշներ

- Գտնում է պարաբոլի գագաթի աբսցիսը /0,5 միավոր/
- Գտնում է պարաբոլի գագաթի օրդինատը /1 միավոր/
- Ստանում է $a = 1$ /1 միավոր/

Խնդիր 5: x, y, z դրական թվերը նշված կարգով կազմում են թվաբանական պրոգրեսիա, իսկ $x, 2y + 2z, x + 12z$ թվերը նշված կարգով կազմում են երկրաչափական պրոգրեսիա: Գտնել երկրաչափական պրոգրեսիայի հայտարարը:

Լուծում: Օգտվելով թվաբանական պրոգրեսիայի բնութագրիչ հատկությունից, ստանում ենք՝

$$2y = x + z \quad (4)$$

Օգտվելով երկրաչափական պրոգրեսիայի բնութագրիչ հատկությունից, ստանում ենք՝

$$(2y + 2z)^2 = x(x + 12z) \quad (5)$$

Տեղադրելով (4)-ում ստացված $2y$ -ի արժեքը (5)-ի մեջ, կստանանք՝

$$(x + 3z)^2 = x(x + 12z) \quad (6)$$

$$x^2 + 6xz + 9z^2 = x^2 + 12xz$$

$$9z^2 = 6xz$$

$$2x = 3z:$$

Հետևաբար՝ $2y + 2z = x + 3z = 3x$, $x + 12z = 9x$: Այսպիսով, երկրաչափական պրոգրեսիան կազմված է $x, 3x, 9x$ թվերից: Երկրաչափական պրոգրեսիայի հայտարարը կլինի՝ 3:

Չափանիշներ

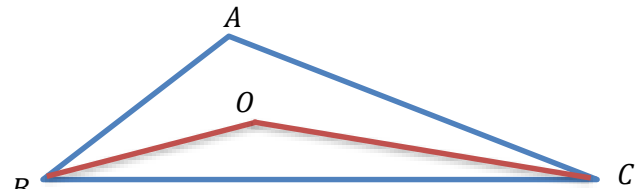
- Ստանում է (4), (5) հավասարումները (կամ այլ երեք անհայտներով որևէ երկու իրարից անկախ հավասարումներ) /1 միավոր/
- Ստանում է (6) հավասարումը /0,5 միավոր/
- Ստանում է երկրաչափական պրոգրեսիայի $x, 3x, 9x$ թվերը, և գտնում նրա հայտարարը /1 միավոր/

Խնդիր 6: O -ն ABC եռանկյան ներգծած շրջանագծի կենտրոնն է: Գտնել BOC եռանկյան արտագծած շրջանագծի շառավիղը, եթե հայտնի է, որ $BC = 20,5$, $\angle BAC = 120^\circ$:

Լուծում: Ունենք՝ $\angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle BAC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$:

Քանի որ O կետը համընկնում է ABC եռանկյան կիսորդների հատման կետի, հետ, ապա $\angle OBC + \angle OCB = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) = 30^\circ$: Հետևաբար՝ $\angle BOC = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$:

Կիրառելով սինուսների թեորեմը ստանում ենք, որ BOC եռանկյան արտագծած շրջանագծի շառավիղը հավասար է՝ $\frac{BC}{2\sin(\angle AOC)} = \frac{BC}{2\sin 150^\circ} = \frac{20,5}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 20,5$:



Չափանիշներ

- Գտնում է *BOC* անկյունը /1 միավոր/
- Գրում է սինուսների թեորեմը *BOC* եռսանկյան համար /0,5 միավոր/
- Ստանում է *BOC* եռսանկյան արտագծած շրջանագծի շառավիղը /1 միավոր/

Խնդիր 7: C ուղիղ անկյունով ABC ուղղանկյուն եռանկյան էջերն են՝ $AC = 7$ սմ, $BC = 5$ սմ: ACB անկյան կիսորդի վրա վերցված է այնպիսի D կետ, որը հավասարահեռ է A և B կետերից: Գտնել BDC եռանկյան մակերեսը:

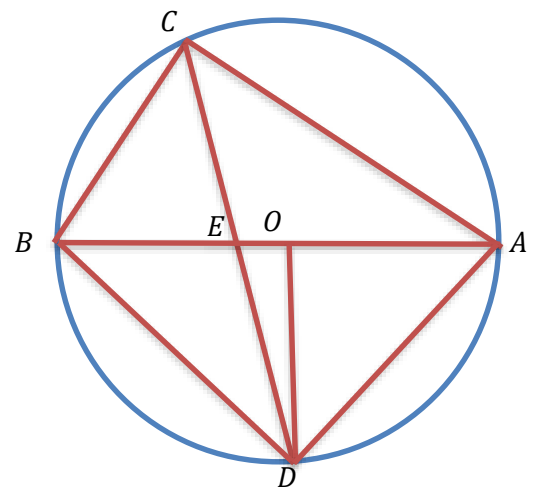
Լուծում: Վերցնենք ACB անկյան կիսորդի և ABC եռանկյան արտագծած շրջանագծի հատման կետը: Պարզ է, որ այդ կետը հավասարահեռ է A և B կետերից, հետևաբար այդ կետը խնդրի մեջ նշված D կետն է: Նշենք, որ շրջանագծի կենտրոնը գտնվում է AB ներքնաձիգի O միջնակետում, ընդ որում՝ $OD = OA = OB = R$, $DO \perp AB$: Հետևաբար՝

$$S_{ABC} = \frac{5 \cdot 7}{2} = \frac{35}{2}, \quad S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot 2R \cdot R = R^2:$$

Կիրառելով Պյութագորասի թեորեմը, ստանում ենք՝ $4R^2 = 5^2 + 7^2 = 74$, ուստի՝ $S_{ABD} = \frac{37}{2}$:

Ըստ կիսորդի հատկության՝ $\frac{AE}{EB} = \frac{AC}{CB} = \frac{7}{5}$, ուստի $\frac{BE}{AB} = \frac{5}{12}$: Հետևաբար՝

$$S_{BDC} = S_{BEC} + S_{BED} = \frac{5}{12} \cdot (S_{ABC} + S_{ABD}) = \frac{5}{12} \cdot \left(\frac{35}{2} + \frac{37}{2}\right) = 15:$$



Երկրորդ եղանակը տե՛ս առաջին տարբերակում:

Չափանիշներ

- Ստանում է, որ D կետը ABC եռանկյան արտագծած շրջանագծի վրա է (կամ AB -ի միջնուղղահայացի վրա) /0,5 միավոր/
- Գտնում է ABC և ABD եռանկյունների մակերեսները /1 միավոր/
- Գտնում է BDC եռանկյան մակերեսը /1 միավոր/

Խնդիր 8: 10 կարմիր, 8 կապույտ, 4 ծիրանագույն գնդակներն անհրաժեշտ է տեղավորել երեք տարբեր արկղերում այնպես, որ արկղերից յուրաքանչյուրում լինեն առնվազն հինգ միագույն գնդակներ: Ամենաշատը քանի՞ եղանակով է հնարավոր տեղավորել գնդակները: [Միևնույն գույնի գնդակները միանման են, ցանկացած երկու միագույն գնդակների տեղափոխումից ստացված դեպքերը համարել նույնը]

Լուծում: Քանի որ կա 10 կարմիր և 8 կապույտ գնդակ և յուրաքանչյուր արկղում պետք է լինի առնվազն 5 միագույն գնդակ, ապա արկղերից երկուսում պետք է լինեն 5-ական կարմիր գնդակներ: Այսպիսով կարմիր գնդակների համար ունենք երեք ընտրություն (ափսեներից մեկում 0, մյուսներում 5-ական կարմիր գնդակ): Որոշակիության համար ենթադրենք, որ առաջին և երկրորդ ափսեներում 5-ական կարմիր գնդակ է, իսկ երրորդ ափսեում կարմիր գնդակ չկա:

Հետևաբար, երրորդ ափսեում պետք է լինի առնվազն հինգ կապույտ գնդակ: Այսպիսով, կապույտ գնդակները կարող են դասավորվել հետևյալ կերպ.

3 0 5	2 1 5	1 2 5	0 3 5
2 0 6	1 1 6	0 2 6	
	1 0 7	0 1 7	
	0 0 8		

Այսպիսով, կապույտ գնդակները կարող ենք դասավորել 10 եղանակով:

Մնում է դասավորել ծիրանագույն գնդակները: Ունենք հետևյալ դեպքերը՝

4 0 0	3 1 0	2 2 0	1 3 0	0 4 0
3 0 1	2 1 1	1 2 1	0 3 1	
	2 0 2	1 1 2	0 2 2	
	1 0 3	0 1 3		
	0 0 4			

Այսպիսով, կապույտ գնդակները կարող ենք դասավորել 15 եղանակով:

Խնդրի պատասխանն է՝ $3 \cdot 10 \cdot 15 = \mathbf{450}$:

Չափանիշներ

- Հիմնավորում է, որ արկղերից երկուսում կա 5-ական կարմիր գնդակ /0,5 միավոր/
- Ստանում է միայն կապույտ գնդակների դասավորման եղանակները /1 միավոր/
- Ստանում է միայն ծիրանագույն գնդակների դասավորման եղանակները /1 միավոր/
- Ստանում է կապույտ և ծիրանագույն գնդակների դասավորման եղանակները /1,5 միավոր/
- Ստանում է բոլոր գնդակների դասավորությունների քանակը /0,5 միավոր/